



# Fondamenti di dinamica delle strutture e di ingegneria in zona sismica

Elementi di base per l'applicazione dell'Ordinanza PCM 3274

Roberto Giacchetti

Edifici a prova di terremoti. Passo dopo passo, un manuale che spiega nel dettaglio le novità previste dall'Ordinanza PCM n. 3274 del marzo 2003. Un provvedimento che diverrà operativo, a tutti gli effetti, nell'ottobre del 2004 e che costituisce il nuovo articolato tecnico per la progettazione antisismica delle nuove costruzioni e per la verifica degli edifici esistenti alle azioni indotte dal terremoto. Gli elementi di assoluta novità rispetto alla norma precedente sono l'abbandono definitivo del metodo di verifica cosiddetto delle Tensioni Ammissibili, sostituito dal metodo di verifica agli Stati Limite e l'introduzione di un nuovo approccio alla determinazione dell'input sismico ed alla combinazione delle azioni sismiche con i carichi gravitazionali. Gli operatori del settore dovranno, infatti, abbandonare la vecchia filosofia di tipo prescrittivo, in base alla quale si finiva per essere "guidati" in modo fideista ed inconsapevole fino alla conclusione del progetto, essendo di fatto precluso il controllo diretto della prestazione strutturale della sua realizzazione. L'obiettivo del volume è duplice: da una parte, quello di fornire gli elementi di base riguardanti la dinamica classica che consentiranno al lettore di comprendere

meglio e, quindi, di applicare con maggiore consapevolezza, i concetti contenuti nell'Ordinanza PCM 3274, in particolare per quanto attiene alla formulazione dell'input sismico (spettri di risposta e di progetto) ed all'analisi strutturale di sistemi complessi (analisi dinamica modale e combinazioni modali); dall'altra di introdurre il lettore alle nuove tecnologie per la protezione sismica delle costruzioni, basate sull'approccio energetico alla progettazione. Il volume si chiude con un capitolo riguardante l'analisi del segnale che consentirà di comprendere il significato di alcuni algoritmi di descrizione dei fenomeni vibratorii ed in particolare delle oscillazioni di natura sismica. In conclusione, un testo di fondamentale importanza per tutti coloro che si occupano di progettazione e che devono affrontare una rivoluzione nel campo dell'ingegneria sismica.

# PREMESSA

*L'Ordinanza PCM n. 3274 del marzo 2003 che, di fatto, diverrà a tutti gli effetti operativa nel mese di ottobre del 2004, costituisce il nuovo articolato tecnico per la progettazione antisismica delle nuove costruzioni e per la verifica degli edifici esistenti alle azioni indotte dal terremoto. La nuova norma sostituisce integralmente il corpo normativo precedente imperniato sul D.M. 9 gennaio 1996 abbandonando l'ormai inadeguata filosofia di progettazione di tipo prescrittivo in ossequio alla quale il progettista veniva "guidato" in modo fideista ed inconsapevole fino alla conclusione del progetto essendogli di fatto precluso il controllo diretto della prestazione strutturale della sua realizzazione.*

*A questo modo di progettare si viene a sostituire una nuova filosofia di progettazione, sulla quale peraltro sono basati gli Eurocodici, che consente allo strutturista di "scegliere" le caratteristiche prestazionali della costruzione che andrà a realizzare.*

*In altri termini è il progettista ad assumersi, consapevolmente, la responsabilità di costruire un manufatto che risponda all'azione del terremoto in un modo piuttosto che in un altro, sempre comunque preservando l'incolumità fisica dei fruitori dell'opera realizzata. In questo percorso, anche il committente viene finalmente responsabilizzato a condividere almeno le modalità con le quali la sua costruzione dovrà espletare la prestazione strutturale richiesta.*

*Gli elementi di assoluta novità rispetto alla norma precedente sono l'abbandono definitivo del metodo di verifica cosiddetto delle Tensioni Ammissibili, sostituito dal metodo di verifica agli Stati Limite, che aderisce più appropriatamente al carattere prestazionale della nuova norma, e l'introduzione di un nuovo approccio alla determinazione dell'input sismico ed alla combinazione delle azioni sismiche con i carichi gravitazionali.*

*La determinazione dell'input sismico contiene una serie di operazioni, di per sé relativamente semplici, la cui piena comprensione riesce facilitata dalla conoscenza degli elementi basilari di dinamica dei sistemi meccanici, ed in*



particolare di quei sistemi che descrivono le costruzioni dell'ingegneria civile come ad esempio gli edifici multipiano ed i ponti. Dal punto di vista dinamico questi due categorie di manufatti possono essere rispettivamente ricondotte a sistemi meccanici a masse concentrate (quindi a numerosità finita o discreti) ed a sistemi a massa distribuita (a numerosità infinita o continui). Ma come si vedrà nel seguito la risposta di questi sistemi meccanici complessi a forzanti di natura dinamica è fornita, sotto certe ipotesi, da una combinazione lineare delle risposte di particolari oscillatori semplici.

Un oscillatore semplice smorzato è costituito da un'unica massa, vincolata a terra da un elemento elastico provvisto quindi di una rigidezza, e caratterizzato da una capacità di dissipare energia cinetica mediante meccanismi di natura viscosa, dipendenti quindi dalla velocità del moto che è chiamata smorzamento (*Damping* nella letteratura tecnica anglosassone). La posizione della massa è istantaneamente determinata da un solo parametro di spostamento  $u(t)$ , generalmente coincidente con la direzione del moto che viene indicato come "parametro lagrangiano" del sistema o "grado di libertà". Conseguentemente l'oscillatore semplice è comunemente chiamato anche "sistema ad un grado di libertà" e, nella letteratura tecnica anglosassone viene solitamente indicato come **SDOF** (**S**ingle **D**egree **O**f **F**reedom system).

Lo studio della risposta dei sistemi meccanici alle vibrazioni e più in generale ad azioni eccitatrici avente carattere variabile nel tempo, consente di evidenziare i parametri dinamici che descrivono in modo completo il comportamento dinamico del sistema stesso. In questa trattazione viene considerato il caso in cui il sistema è soggetto a "piccoli moti".

Sotto questa ipotesi il comportamento del sistema può ancora essere considerato lineare nel senso che la rigidezza dell'elemento elastico non varia con lo spostamento ed il suo moto può essere descritto da un operatore differenziale lineare a coefficienti costanti e può essere applicato il principio di sovrapposizione degli effetti.

Lo studio delle caratteristiche della risposta di un oscillatore semplice smorzato sotto l'azione di forzanti aventi caratteristiche dinamiche diverse,

*riveste una notevole importanza, in quanto da una parte permette di sviluppare alcuni concetti fondamentali dell'ingegneria sismica, come ad esempio quelli relativi agli spettri di risposta, che costituiscono gli strumenti operativi di progettazione strutturale in zona a rischio sismico, e dall'altra permettono di affrontare agevolmente lo studio di sistemi più complessi, come quelli a molti gradi di libertà **MDOF** (**M**ulti **D**egree **O**f **F**reedom systems) che, come si vedrà, potranno essere risolti mediante algoritmi relativamente semplici, riducendoli a sistemi **SDOF**, almeno finché è possibile considerare il comportamento del sistema **MDOF** ancora elastico lineare.*



# APPROCCIO ENERGETICO ALLA PROGETTAZIONE IN ZONA SISMICA

## 4.1 Bilancio energetico

Nel Capitolo 1 (vedi pag. 12) si è visto che la capacità dissipativa di un sistema SDOF a comportamento lineare elastico si deve allo smorzamento viscoso. Lo smorzamento viscoso sembra essere fondamentalmente di natura termica: si osserva infatti che, pur manifestando il materiale un comportamento elastico se sottoposto ad una prova ciclica quasi statica, all'aumentare della velocità con la quale i cicli vengono ripetuti, la deformazione avviene in condizioni "adiabatiche", cioè senza che il calore sviluppato per attrito interno possa essere trasmesso all'esterno. In tali condizioni i cicli carico-deformazione divengono di tipo isteretico; essendo l'effetto termico associato alla frequenza con la quale i cicli vengono ripetuti questo è il motivo per il quale la capacità dissipativa dipende dalla velocità di vibrazione. Naturalmente a questo meccanismo "primario", che si può controllare in laboratorio su provette di materiale specializzate, nei casi reali si aggiungono altri tipi di meccanismi dissipativi che, combinati tra loro, concorrono ad aumentare la capacità di dissipare energia del sistema conferendo uno *smorzamento viscoso equivalente*.

Indicando con:

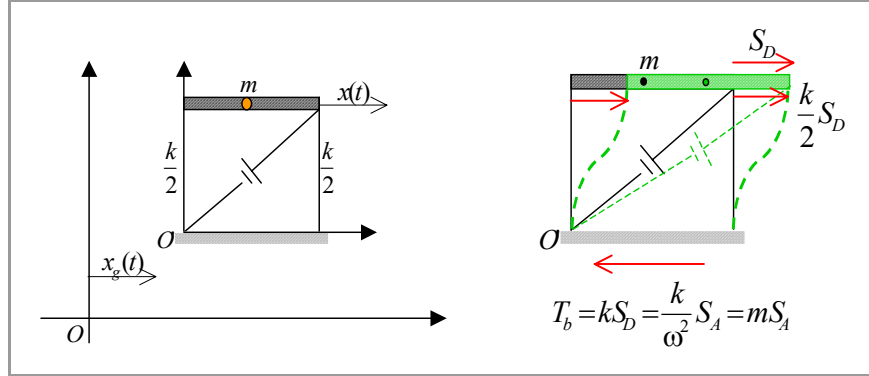
$$x_t(t) = x(t) + x_g(t) \quad [4.1]$$

lo spostamento totale (assoluto) della massa di un oscillatore semplice smorzato mostrato nella Figura 4.1, l'equazione di equilibrio dinamico assume l'espressione:

$$m\ddot{x}_t(t) + f_D(t) + f_S(t) = 0 \quad [4.2]$$



**Figura 4.1**  
Risposta sismica  
di un sistema  
SDOF elastico



La forza di inerzia  $m\ddot{x}_t(t)$  e le reazioni dissipativa  $f_D(t)$  ed elastica  $f_S(t)$  presenti nella [4.2] compiono lavoro per effetto dello spostamento istantaneo della massa. Per uno spostamento infinitesimo:

$$dx = \dot{x}dt$$

si ottiene:

$$m\ddot{x}_t\dot{x}dt + f_D\dot{x}dt + f_S\dot{x}dt = 0 \quad [4.3]$$

Integrando la [4.3] tra due istanti  $t_1$  e  $t_2$ , ricordando che, per la [4.1]

$x(t) = x_t(t) - x_g(t)$  si ha:

$$\int_{t_1}^{t_2} m\ddot{x}_t\dot{x}_t dt + \int_{t_1}^{t_2} f_D\dot{x}dt + \int_{t_1}^{t_2} f_S\dot{x}dt = \int_{t_1}^{t_2} m\ddot{x}_t\dot{x}_g dt \quad [4.4]$$

La [4.4] è l'equazione di bilancio energetico; infatti si osserva che:

$$\int_{t_1}^{t_2} m\ddot{x}_t\dot{x}_t dt = \frac{1}{2}m \int_{t_1}^{t_2} d\dot{x}_t^2 = \frac{1}{2}m\dot{x}_t^2(t_2) - \frac{1}{2}m\dot{x}_t^2(t_1) \quad \text{rappresenta la variazione}$$

di *energia cinetica*;

$$\int_{t_1}^{t_2} f_D\dot{x}dt = \int_{t_1}^{t_2} c\dot{x}\dot{x}dt \quad \text{rappresenta l'energia dissipata per effetto dello smorza-}$$

mento viscoso;



$$\int_{t_1}^{t_2} f_S \dot{x} dt = \int_{t_1}^{t_2} kx \dot{x} dt = \frac{1}{2} k \int_{t_1}^{t_2} dx^2 = \frac{1}{2} kx^2(t_2) - \frac{1}{2} kx^2(t_1) \quad \text{rappresenta la}$$

variazione di *energia di deformazione* (o potenziale elastica).

Il termine:

$$\int_{t_1}^{t_2} m \ddot{x}_t \dot{x}_g dt = \int_{t_1}^{t_2} m \ddot{x}_t dx_g \quad [4.5]$$

rappresenta l'*energia di ingresso*. Dalla [4.2] si evince che:

$$m \ddot{x}_t(t) = -(f_D(t) + f_S(t))$$

ma, essendo:

$f_D(t) = c \dot{x}(t) = 2\xi \sqrt{km} \cdot \dot{x}(t)$  generalmente piccola rispetto a  $f_s(t)$  ed essendo  $f_s(t)$  il valore istantaneo del taglio alla base  $T_b$ , si trova che:

$$\int_{x_g(t_1)}^{x_g(t_2)} m \ddot{x}_t dx_g = \int_{x_g(t_1)}^{x_g(t_2)} T_b dx_g \quad [4.6]$$

La [4.6] esprime il fatto che l'energia di ingresso è il lavoro compiuto dall'azione sismica (taglio alla base) per effetto dello spostamento del terreno. Pertanto, essa dipende non solo, come è ovvio, dall'input sismico, cioè dall'accelerogramma applicato, ma anche dalla risposta dinamica del sistema, perché, come si è visto nel Capitolo 2 (*vedi pag. 47*), il taglio alla base dipende fondamentalmente dal periodo naturale ed anche dal fattore di smorzamento viscoso.

L'energia di ingresso alla fine del terremoto è espressa da:

$$E_i = \int_0^{t_e} m \ddot{x}_t \dot{x}_g dt \quad \text{dove } t_e \text{ è la durata dell'evento.}$$

Se il comportamento del sistema è di tipo isteretico, l'energia di deformazione è in parte elastica (e quindi, essendo di natura conservativa, viene

istantaneamente trasformata in energia cinetica) ed in parte dissipativa (quindi non restituibile), sicché si può sostituire il termine  $f_S(t)$  con  $f_{SH}(t)$  e, quindi, scrivere:

$$\int_{t_1}^{t_2} f_{SH} \dot{x} dt = \int_{t_1}^{t_2} kx \dot{x} dt + \int_{t_1}^{t_2} f_H \dot{x} dt \quad \text{distinguendo l'energia potenziale elastica}$$

dall'energia dissipata per isteresi meccanica.

Se si fa coincidere  $t_1$  con l'inizio dell'evento sismico ( $t_1=0$ ) e con  $t_2$  un generico istante successivo ( $t_2=t$ ), indicando con:

- $E_K$  l'energia cinetica;
- $E_\xi$  l'energia dissipata per meccanismo viscoso;
- $E_S$  l'energia potenziale elastica;
- $E_H$  l'energia dissipata per isteresi meccanica;
- $E_I$  l'energia di ingresso;

si ottiene l'equazione di bilancio energetico per un generico sistema a comportamento inelastico:

$$(E_K(t) + E_S(t)) + E_\xi(t) + E_H(t) = E_I(t) \quad [4.7]$$

Il termine tra parentesi nella [4.7] rappresenta l'energia totale del sistema responsabile della parte "percepibile" del moto del sistema.

Come è già stato rilevato nel Capitolo 2 (*vedi pag. 47*), la capacità dissipativa di un sistema SDOF a comportamento inelastico risiede, soprattutto, su meccanismi di tipo isteretico quando viene raggiunta e superata la soglia elastica e diventano quindi importanti le escursioni in campo plastico. In termini energetici:

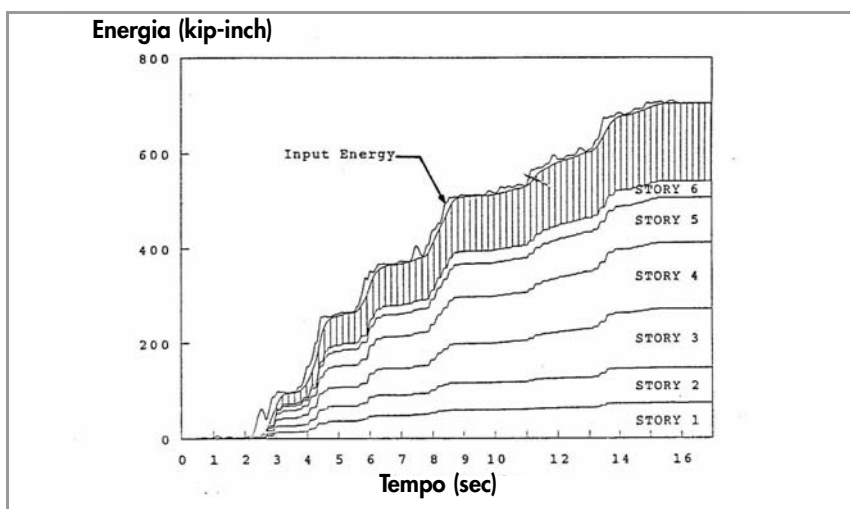
$$E_\xi(t) \ll E_H(t)$$



Nell'istante  $t_r$  in cui si ripristinano le condizioni di quiete, l'energia totale del sistema si annulla e dalla [4.7] si ricava che:

$$E_{\xi}(t_r) + E_H(t_r) = E_I(t_r) \quad [4.8]$$

che esprime il fatto che l'energia di ingresso viene completamente trasformata in energia di natura viscosa e di natura plastica. Se il comportamento del sistema rimane elastico, cioè  $E_H(t_r) = 0$ , allora tutta l'energia di ingresso è dissipata dal meccanismo viscoso.



In un sistema MDOF a comportamento inelastico, che schematizza un edificio multipiano, dell'energia introdotta dal terremoto (input energy) una parte è trasformata in energia totale, che è necessaria per tenere in moto le masse di piano, e della restante parte una frazione è dissipata per meccanismo viscoso ed una aliquota rilevante viene dissipata da meccanismi isteretici di piano che possono essere attivati in zone appartenenti alla struttura principale o in dispositivi appositamente predisposti. La Figura 4.2 mostra proprio il diagramma temporale del bilancio energetico per un edificio a sei piani dotato di un sistema di controventi dissipativi ausiliari. L'area tratteggiata rappresenta l'energia istantanea dissipata per smorzamento viscoso e per isteresi plastica



**Figura 4.2**  
Bilancio  
energetico  
istantaneo

all'interno della struttura principale; il resto dell'energia di ingresso è dissipata dai dispositivi ausiliari.

La filosofia di progettazione tradizionale basata sul concetto di duttilità richiede che le dimensioni ed i particolari costruttivi dei singoli elementi strutturali siano dettagliati in modo tale da fornire la massima duttilità locale e globale ed un comportamento isteretico stabile. Per le strutture intelaiate in cemento armato, in particolare, l'Eurocodice 2 a cui l'Ordinanza P.C.M. 3274/03 si ispira, ha introdotto una tecnica finalizzata a garantire un'elevata duttilità globale, tecnica che si basa su una *gerarchia delle resistenze* (capacity design nel lessico anglosassone) secondo la quale gli elementi strutturali "deboli" sono le travi, che devono diventare sedi di cerniere plastiche, mentre gli elementi "forti" sono costituiti nell'ordine dai pilastri e dai nodi trave-pilastro. In questo modo si garantisce che gli spostamenti laterali sotto l'azione di terremoti severi siano contenuti per il fatto che viene scongiurata la formazione di cerniere plastiche nei pilastri e che le cerniere si formino nelle travi senza che ne risultino interessati i nodi. Sulla progettazione basata sulla duttilità si possono formulare alcune riserve che riguardano sostanzialmente:

1. L'efficacia dei fattori di struttura  $q$  a descrivere il comportamento duttile del sistema nella sua globalità;
2. Difficoltà di tradurre il complesso comportamento post-elastico del sistema che si determina sperimentalmente, in un modello ideale (ad esempio elastico – perfettamente plastico) e quindi la necessità di ricorrere a modellazioni molto sofisticate che tengano anche conto del degrado e di meccanismi di interazione interna alle cerniere come, ad esempio, lo scorrimento della barre d'armatura;
3. Incertezza sull'effettivo sviluppo della formazione delle cerniere plastiche e sul grado di influenza nel processo di formazione delle cerniere di elementi "non strutturali" quali partizioni e tamponature e di eventuali "scostamenti" tra quanto progettato nello studio professionale e quanto effettivamente realizzato in cantiere;

4. Necessità di prevedere interventi di riabilitazione strutturale molto impegnativi sia sotto il profilo tecnico sia dal punto di vista economico in caso di evento sismico severo. La formazione di cerniere plastiche infatti comporta un danneggiamento irreversibile degli elementi strutturali e, paradossalmente, quanto più la struttura è fornita di capacità dissipativa (struttura definita in classe di duttilità "alta" secondo l'ordinanza 3274/03) tanto più esteso risulterà il danno e tanto più verosimile diverrà l'ipotesi di demolizione e ricostruzione dell'edificio.

Per tutti questi motivi un approccio non convenzionale alla progettazione sismica merita di essere preso in seria considerazione ed il bilancio energetico espresso dalla [4.7] può essere assunto come riferimento per la scelta di un criterio di progetto strutturale alternativo a quello basato sulla duttilità. Gli obiettivi che è tecnicamente possibile perseguire con questo approccio sono i seguenti:

1. Evitare la formazione di cerniere plastiche negli elementi strutturali dell'ossatura principale che devono rimanere "sostanzialmente elastici".
2. Ridurre la quantità di energia totale del sistema in modo da rendere l'effetto dello scuotimento sismico meno percepibile alle persone ed alle cose.

Questi obiettivi possono essere perseguiti attraverso due percorsi alternativi:

1. Diminuzione dell'energia di ingresso con contemporaneo aumento della capacità dissipativa mediante un meccanismo viscoso equivalente;
2. Modifica del meccanismo dissipativo *endogeno*, conseguente alla formazione di cerniere plastiche nelle membrature principali, a meccanismo dissipativo *esogeno* con trasferimento della capacità dissipativa ad elementi progettati ad hoc.

Il primo percorso si concretizza nell'applicazione delle tecniche di isolamento alla base; il secondo approccio conduce alla progettazione ed implementazione di sistemi per la dissipazione di energia basati sull'impiego di dispositivi spostamento-dipendenti, velocità-dipendenti o entrambi.

